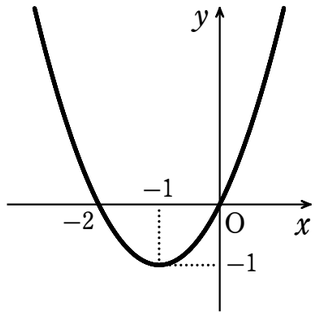
[問20]関数y=x^2+2xのグラフ

$y=x^2+2x=(x+1)^2-1$

よって，グラフは点 $(-1,\ -1)$ を頂点とする下に凸の放物線である。

また，$y=x(x+2)$ であるから，2 点 $(0,\ 0)$，$(-2,\ 0)$ を通る。

したがって，グラフは右の図のようになる。



[問21]2次関数y=-2x^2+8x-5のグラフの頂点，軸，凹凸

$y=-2x^2+8x-5=-2(x^2-4x)-5=-2\{(x-2)^2-2^2\}-5$

$=-2(x-2)^2+8-5=-2(x-2)^2+3$

よって，頂点の座標は ア$(2,\ 3)$，軸の方程式は イ$x=2$ であり，x^2 の係数 -2 が負であるから，ウ上 に凸の放物線である。

[問22]y=x^2-2ax-a+6の頂点が第1象限にあるaの範囲

(1)　$y=2x^2-4x+5$ から　　$y=2(x-1)^2+3$

よって，頂点の座標は　　(ア1，イ3)

(2)　$y=x^2-2ax-a+6$ から　　$y=(x-a)^2-a^2-a+6$

よって，頂点の座標は　　$(a,\ -a^2-a+6)$

頂点が第 1 象限にあるとき　　$a>0$ かつ $-a^2-a+6>0$

$-a^2-a+6>0$ から　　$a^2+a-6<0$

すなわち　　$(a+3)(a-2)<0$　　ゆえに　　$-3<a<2$

$a>0$ であるから　　ウ$0<a<$エ2

[問23(1)]放物線を平行移動した放物線の方程式

放物線 $y=x^2+2x+5$ を x 軸方向に 3，y 軸方向に -6 だけ平行移動すると

$y=(x-3)^2+2(x-3)+5+(-6)$　　すなわち　$y=x^2-4x+2$

[問23(2)]放物線を平行移動した放物線の方程式

放物線 $y=2x^2+3x+1$ を x 軸方向に 2，y 軸方向に 3 だけ平行移動すると

$y=2(x-2)^2+3(x-2)+1+3$　　すなわち　$y=2x^2-5x+6$

[問24(1)]2次方程式3x^2-5x+2=0の解法

$3x^2-5x+2=0$ の左辺を因数分解すると　　$(3x-2)(x-1)=0$

よって　　$x=\dfrac{2}{3},\ 1$

[問24(2)]2次方程式x^2-√5x-3=0の解法

解の公式により　$x=\dfrac{-(-\sqrt{5})\pm\sqrt{(-\sqrt{5})^2-4\cdot1\cdot(-3)}}{2\cdot1}=\dfrac{\sqrt{5}\pm\sqrt{17}}{2}$

[問24(3)]2次方程式√2x^2+4x+2√2=0の解法

$\sqrt{2}x^2+4x+2\sqrt{2}=0$ の両辺を $\sqrt{2}$ で割ると　　$x^2+2\sqrt{2}x+2=0$

左辺を因数分解すると　$(x+\sqrt{2})^2=0$　　よって　$x=-\sqrt{2}$

[問24(4)]2次方程式|x^2-2|=xの解法

$x^2-2\geqq0$ の解は　$x\leqq-\sqrt{2}$，$\sqrt{2}\leqq x$

$x^2-2<0$ の解は　$-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$

[1]　$x\leqq-\sqrt{2}$，$\sqrt{2}\leqq x$ のとき，方程式は　$x^2-2=x$

整理すると　$x^2-x-2=0$　　左辺を因数分解すると　$(x+1)(x-2)=0$

よって　$x=-1,\ 2$　　$x\leqq-\sqrt{2}$，$\sqrt{2}\leqq x$ であるから　$x=2$

[2]　$-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$ のとき，方程式は　$-(x^2-2)=x$

整理すると　$x^2+x-2=0$　　左辺を因数分解すると　$(x-1)(x+2)=0$

よって　$x=1,\ -2$　　$-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$ であるから　$x=1$

[1]，[2] から，求める解は　$x=1,\ 2$

[問25]関数y=x^2-9x+18のグラフとx軸の共有点のx座標

このグラフと x 軸の共有点の x 座標は，2 次方程式 $x^2-9x+18=0$ の実数解である。

左辺を因数分解すると　$(x-3)(x-6)=0$　　よって　　$x=3,\ 6$

したがって，求める共有点の x 座標は　　3，6

[問26(1)]2x^2+5x+k=0が異なる2つの実数解をもつkの範囲

$2x^2+5x+k=0$ の判別式を D とすると　$D=5^2-4\cdot2\cdot k=-8k+25$

異なる 2 つの実数解をもつのは $D>0$ のときであるから

$-8k+25>0$　　よって　　$k<\dfrac{25}{8}$

[問26(2)]x^2+(2a-1)x+a^2+1=0が重解をもつaの値と重解

$x^2+(2a-1)x+a^2+1=0$ の判別式を D とすると

$D=(2a-1)^2-4\cdot1\cdot(a^2+1)=-4a-3$

重解をもつのは $D=0$ のときであるから

$$-4a-3=0 \qquad よって \quad a=-\frac{3}{4}$$

このとき，2 次方程式の重解は　$x=-\dfrac{2a-1}{2}=\dfrac{5}{4}$

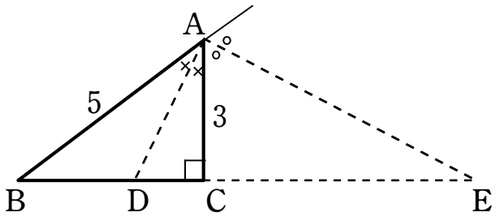
[問93]三角形の内角, 外角の二等分線. 線分の長さ, 面積, 線分の比

(1)　△ABC において，三平方の定理により　$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

点 D は ∠A の二等分線と BC との交点であるから

$$BD:DC=AB:AC$$
$$=5:3$$

よって　$DC=\dfrac{3}{5+3}BC=\dfrac{3}{8}\times 4=\dfrac{3}{2}$



△ADC において，三平方の定理により　$AD=\sqrt{AC^2+DC^2}=\sqrt{3^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

(2)　点 E は ∠A の外角の二等分線と BC の延長線との交点であるから

$$BE:CE=AB:AC=5:3$$

よって　$CE=\dfrac{3}{5-3}BC=\dfrac{3}{2}\times 4=6$

△ACE において，三平方の定理により　$EA=\sqrt{AC^2+CE^2}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$

(3)　$DE=DC+CE=\dfrac{3}{2}+6=\dfrac{15}{2}$

よって　$\triangle ADE=\dfrac{1}{2}DE\cdot AC=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{15}{2}\cdot 3=\dfrac{45}{4}$

(4)　$BC:CE=4:6=2:3$

[問94]△ABCと外心O, 内心I. ∠ABO, ∠BOC, ∠ABI, ∠BIC

(1)　O は △ABC の外心であるから

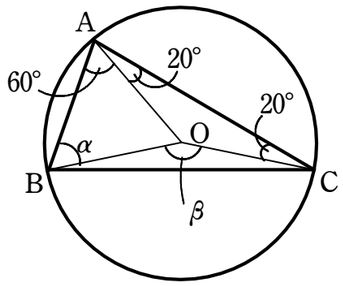
$$\angle OAC=\angle OCA=20^\circ$$

このとき　$\angle OAB=\angle BAC-\angle OAC$
$$=80^\circ-20^\circ=60^\circ$$

よって　$\alpha=\angle OBA=\angle OAB=60^\circ$

また，円周角の定理により

$$\beta=\angle BOC=2\angle BAC=2\times 80^\circ=160^\circ$$



(2)　BI，CI はそれぞれ ∠ABC，∠ACB の二等分線であるから　$\angle IBC=\alpha$，$\angle ICB=30^\circ$

△ABC の内角の和は 180° であるから

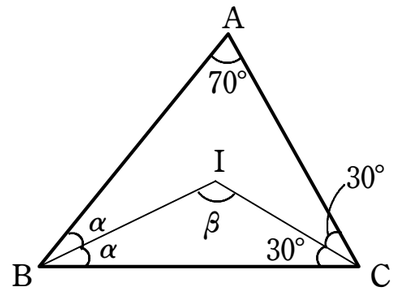
$$70^\circ+2\alpha+30^\circ\times 2=180^\circ$$

よって　$\alpha=25^\circ$

また，△IBC の内角の和は 180° であるから

$$\beta+25^\circ+30^\circ=180^\circ$$

したがって　$\beta=125^\circ$



[問95(1)]円周角の定理. 円に内接する四角形

円に内接する四角形の対角の和は 180° であるから

$$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$$

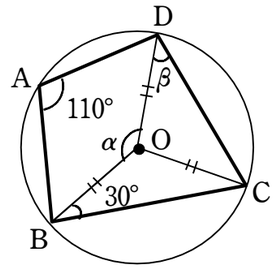
よって　$\angle BCD=180^\circ-\angle BAD=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

円周角の定理により　$\alpha=2\angle BCD=2\times 70^\circ=140^\circ$

△OBC は OB＝OC の二等辺三角形であるから $\angle OCB=30^\circ$

△OCD は OC＝OD の二等辺三角形であるから

$$\beta=\angle OCD=\angle BCD-\angle OCB=70^\circ-30^\circ=40^\circ$$



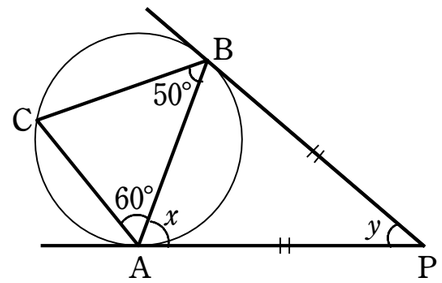
[問95(2)]接線と弦の作る角を利用して角度を求める

接線と弦の作る角により

$$x=\angle ACB=180^\circ-(60^\circ+50^\circ)={}^{ア}70^\circ$$

△PAB は PA＝PB の二等辺三角形であるから

$$y=180^\circ-2x=180^\circ-2\times 70^\circ={}^{イ}40^\circ$$



[問96(1)]方べきの定理を利用して線分の長さを求める

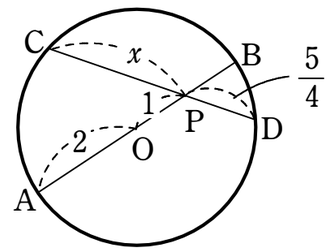
方べきの定理により　$x(x+5)=4\cdot(4+2)$　　整理すると　$x^2+5x-24=0$

左辺を因数分解すると　$(x+8)(x-3)=0$　　$x>0$ であるから　$x=3$

[問96(2)]方べきの定理を利用して線分の長さを求める

PC＝x とおく。

$$PA=OA+OP=2+1=3$$
$$PB=OB-OP=2-1=1$$

方べきの定理により　$3\cdot 1=x\cdot\dfrac{5}{4}$

よって　$x=\dfrac{12}{5}$