

数学A

6個の数字1, 2, 2, 3, 3, 3を1列に並べて6桁の整数を作る。

このとき、互いに異なる6桁の整数は全部で アイ 個でき、そのうち2が連続して並ぶものは全部で ウエ 個ある。

また、6個の数字1, 2, 2, 3, 3, 3から4個の数字を選び、それらを並べて4桁の整数を作る。このとき、互いに異なる4桁の整数は全部で オカ 個でき、そのうち2でも3でも割り切れないものは全部で キク 個ある。

解説

6個の数字の中に2は2個、3は3個あるから、互いに異なる6桁の整数は

$$\frac{6!}{2!3!} = 60 \text{ (個)}$$

ここで、2つの2を 22 のように1つの数字と考えると、2が連続して並ぶ6桁の整数の総数は、1, 22, 3, 3, 3の5個の数字を並べる順列の数に等しい。

よって $\frac{5!}{3!} = 20 \text{ (個)}$

4個の数字の選び方は(1, 2, 2, 3), (1, 2, 3, 3), (1, 3, 3, 3), (2, 2, 3, 3), (2, 3, 3, 3)の5通りあり、それぞれを並べてできる互いに異なる4桁の整数の総数は

$$\frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{3!} + \frac{4!}{2!2!} + \frac{4!}{3!} = 38 \text{ (個)}$$

このうち、3で割り切れないものは、各位の数字の和が3の倍数にならないものであるから、4個の数字の選び方は(1, 2, 2, 3), (1, 3, 3, 3), (2, 2, 3, 3), (2, 3, 3, 3)の4通りである。

(1, 2, 2, 3)について

2で割り切れないためには、一の位が1または3で、残りの3桁は一の位で使った数字以外の3個、すなわち1, 2, 2または2, 2, 3を並べればよいから $2 \cdot \frac{3!}{2!} = 6 \text{ (個)}$

(1, 3, 3, 3)について

4個の数字がすべて奇数であるから、これらを並べてできる4桁の数はすべて2で割り切れない。

よって $\frac{4!}{3!} = 4 \text{ (個)}$

(2, 2, 3, 3)について

2で割り切れないためには、一の位が3で、残りの3桁に2, 2, 3を並べればよいから

$$\frac{3!}{2!} = 3 \text{ (個)}$$

(2, 3, 3, 3)について

2で割り切れないためには、一の位が3で、残りの3桁に2, 3, 3を並べればよいから

$$\frac{3!}{2!} = 3 \text{ (個)}$$

ゆえに、総数は $6 + 4 + 3 + 3 = 16 \text{ (個)}$