

数学 I

自然数全体の集合を全体集合 U とし、その部分集合 A, B を

$$A = \{n \mid n \text{ は } 6 \text{ で割り切れる自然数}\}$$

$$B = \{n \mid n \text{ は } 8 \text{ で割り切れる自然数}\} \quad \text{とする。}$$

(1) 次の ア ～ エ に当てはまるものを、下の ① ～ ⑦ のうちから一つずつ選べ。

$$C = \{n \mid n \text{ は } 6 \text{ または } 8 \text{ で割り切れる自然数}\}$$

$$D = \{n \mid n \text{ は } 6 \text{ の倍数のうち } 8 \text{ で割り切れない自然数}\}$$

$$E = \{n \mid n \text{ は } 24 \text{ で割り切れる自然数}\}$$

$$F = \{n \mid n \text{ は } 24 \text{ で割り切れない自然数}\}$$

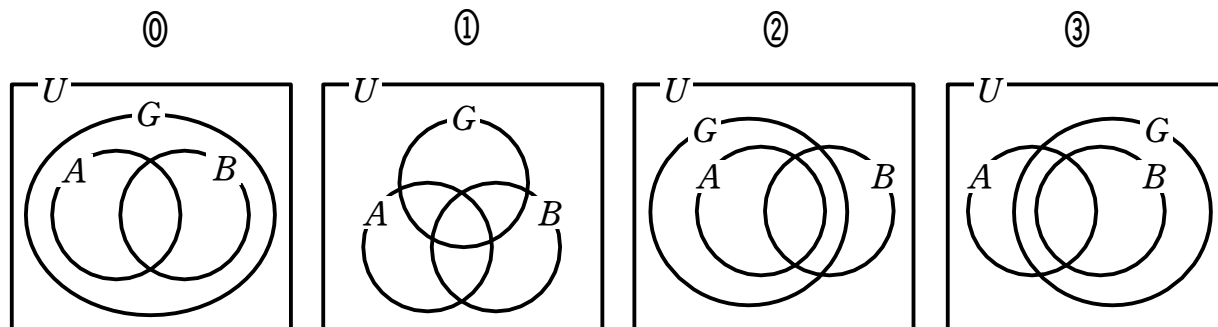
とする。全体集合 U の部分集合 X の補集合を $\overline{X}$ で表すとき、

$$C = \text{ア}, D = \text{イ}, E = \text{ウ}, F = \text{エ} \quad \text{である。}$$

$$\text{① } A \cup B \quad \text{② } A \cup \overline{B} \quad \text{③ } \overline{A} \cup B \quad \text{④ } \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\text{⑤ } A \cap B \quad \text{⑥ } A \cap \overline{B} \quad \text{⑦ } \overline{A} \cap B \quad \text{⑧ } \overline{A} \cap \overline{B}$$

(2) $G = \{n \mid n \text{ は } 4 \text{ で割り切れる自然数}\}$ とすると、 A, B, G の関係を表す図は オ である。 オ に当てはまるものを、次の ① ～ ④ のうちから一つ選べ。



解説

(1) 条件「自然数 n が 6 で割り切れる」を p とし、条件「自然数 n が 8 で割り切れる」を q とする。

$$\text{「} n \text{ が } 6 \text{ または } 8 \text{ で割り切れる」} \Leftrightarrow \text{「} p \text{ または } q \text{」} \quad \text{よって } C = A \cup B \quad \text{すなわち } \text{①}$$

$$\text{「} n \text{ が } 6 \text{ の倍数であり } 8 \text{ で割り切れない」} \Leftrightarrow \text{「} p \text{ かつ } \overline{q} \text{」} \quad \text{よって } D = A \cap \overline{B} \quad \text{すなわち } \text{⑤}$$

$$\begin{aligned} \text{「} n \text{ が } 24 \text{ で割り切れる」} &\Leftrightarrow \text{「} n \text{ が } 6 \text{ と } 8 \text{ の両方で割り切れる」} \\ &\Leftrightarrow \text{「} p \text{ かつ } q \text{」} \quad \text{よって } E = A \cap B \quad \text{すなわち } \text{④} \end{aligned}$$

$$\text{「} n \text{ が } 24 \text{ で割り切れない」} \Leftrightarrow \text{「} \overline{p} \text{ かつ } \overline{q} \text{」} \quad \text{よって } F = \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad \text{すなわち } \text{②}$$

(2) 自然数 n が 8 で割り切れるとすると、 $n = 8k$ (k は自然数) とおける。

このとき、 $n = 4 \cdot 2k$ であり、 $2k$ は自然数であるから、 n は 4 で割り切れる。

よって、8 で割り切れる自然数は 4 で割り切れる。ゆえに、 $B \subset G$ が成り立つ。…… ①

また、 $n = 6$ は、6 で割り切れるが、4 で割り切れない。よって、 $A \subset G$ は成り立たない。…… ②

①、② から、 A, B, G の関係を表す図は ③

参考 24 で割り切れる自然数は 4 で割り切れるから $A \cap B \subset G$

また、 $n = 12$ は、6 の倍数のうち 8 で割り切れない自然数であり、かつ 4 の倍数である。

$$\text{よって } (A \cap \overline{B}) \cap G \neq \emptyset$$