

数学B

平面上に 1 辺の長さが 2 である正三角形 OPQ がある。直線 OQ に関して P と対称な点を R とする。OP を $a : (1-a)$ ($0 < a < 1$) に内分する点を A, PQ を $b : (1-b)$ ($0 < b < 1$) に内分する点を B とする。

- (1) $\vec{p} = \overrightarrow{OP}$, $\vec{q} = \overrightarrow{OQ}$ とおくと, $\vec{p} \cdot \vec{q} = \boxed{\text{ア}}$ である。また, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{AR}$ を $\vec{p}$, $\vec{q}$ で表すと,

$$\overrightarrow{OB} = (1 - \boxed{\text{イ}})\vec{p} + \boxed{\text{イ}}\vec{q}, \overrightarrow{AR} = -(\boxed{\text{ウ}} + 1)\vec{p} + \vec{q} \text{ となる。}$$

$$\text{よって, } \overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{OB} = \boxed{\text{エ}} (ab - \boxed{\text{オ}}a + \boxed{\text{カ}}b - \boxed{\text{キ}}) \text{ である。}$$

- (2) $a = \frac{1}{4}$ とし, 2 直線 AR と OB が垂直に交わるとする。このとき, $b = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ であり,

$$|\overrightarrow{AR}| = \frac{\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{シ}}}, |\overrightarrow{OB}| = \frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}} \text{ である。したがって, 四角形 OABR の面積は } \frac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。