

数学 I

(1) 不等式 $|x+3| \leq 4$ の解は $\boxed{\text{アイ}} \leq x \leq \boxed{\text{ウ}}$ である。

以下, a を自然数とする。

(2) 不等式 $|x+3| \leq 2a$ …… ① の解は $\boxed{\text{エオ}} a - \boxed{\text{カ}} \leq x \leq \boxed{\text{キ}} a - \boxed{\text{ク}}$ である。

(3) 不等式 ① を満たす整数 x の個数を N とする。 $a=2$ のとき, $N = \boxed{\text{ケ}}$ である。

また, a が 3, 4, 5, …… と増加するとき, N が初めて $\boxed{\text{ケ}}$ の 2 倍以上になるのは $a = \boxed{\text{コ}}$ のときである。

解説

(1) $|x+3| \leq 4$ から $-4 \leq x+3 \leq 4$ よって $-7 \leq x \leq 1$

(2) $|x+3| \leq 2a$ から $-2a \leq x+3 \leq 2a$

よって $-2a-3 \leq x \leq 2a-3$ …… ②

(3) (解法 1) $a=2$ のときの ① の解は, (1) から $-7 \leq x \leq 1$

これを満たす整数 x の個数は $1 - (-7) + 1 = 9$ (個)

$a=3$ のときの ① の解は, ② から $-9 \leq x \leq 3$

このとき $N = 3 - (-9) + 1 = 13$

$a=4$ のときの ① の解は, ② から $-11 \leq x \leq 5$

このとき $N = 5 - (-11) + 1 = 17$

$a=5$ のときの ① の解は, ② から $-13 \leq x \leq 7$

このとき $N = 7 - (-13) + 1 = 21$

よって, N が初めて $9 \cdot 2 = 18$ 以上となる a の値は $a = 5$

(解法 2) 不等式 ① を満たす整数の個数は

$$2a + 2a + 1 = 4a + 1$$

よって, $a=2$ のとき, その個数は $4 \cdot 2 + 1 = 9$ (個)

また, $4a + 1 \geq 9 \cdot 2$ を解くと $a \geq \frac{17}{4}$

a は自然数であるから, 求める a の値は $a = 5$

