

(1)  $\vec{a} + \vec{b} = (4, 3)$ ,  $\vec{a} - \vec{b} = (2, -1)$  のとき,  $\vec{a} = (\text{ア}, \text{イ})$ ,  $\vec{b} = (\text{ウ}, \text{エ})$  であり,

$2\vec{a} - 3\vec{b}$  の大きさは  $\text{オ}$  である。

(2)  $\vec{a} = (3, 2)$ ,  $\vec{b} = (1, -1)$ ,  $\vec{c} = (12, -2)$  のとき,  $\vec{c} = \text{カ} \vec{a} + \text{キ} \vec{b}$  で,  $\vec{a} + t\vec{b}$  と  $\vec{c}$  が平行となるとき  $t = \text{ク}$  である。また,  $s\vec{a} - \vec{c}$  と  $\vec{b}$  が垂直となるとき  $s = \text{ケコ}$  である。

(3) O(0, 0, 0), A(1, 2, 1), B(-2, 2, 4) がある。線分 AB を 2:1 に内分する点を C, 2:1 に外分する点を D とすると,  $\vec{OC} = (\text{サシ}, \text{ス}, \text{セ})$ ,  $\vec{OD} = (\text{ソタ}, \text{チ}, \text{ツ})$  である。

また, 点 E(x, 4, -2) が 3 点 O, A, B を含む平面上にあるとき,  $x = \text{テ}$  である。

解説

(1)  $\vec{a} + \vec{b} = (4, 3)$  …… ①,  $\vec{a} - \vec{b} = (2, -1)$  …… ②

$$\frac{\text{①} + \text{②}}{2} \text{ から } \vec{a} = (3, 1) \quad \frac{\text{①} - \text{②}}{2} \text{ から } \vec{b} = (1, 2)$$

$$\text{このとき } 2\vec{a} - 3\vec{b} = 2(3, 1) - 3(1, 2) = (3, -4)$$

$$\text{ゆえに } |2\vec{a} - 3\vec{b}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

(2)  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$  とおくと  $(12, -2) = x(3, 2) + y(1, -1)$

$$\text{よって } 3x + y = 12, 2x - y = -2 \quad \text{これを解くと } x = 2, y = 6$$

$$\text{ゆえに } \vec{c} = 2\vec{a} + 6\vec{b}$$

次に,  $\vec{a} + t\vec{b}$  と  $\vec{c}$  が平行であることから  $\vec{a} + t\vec{b} = k\vec{c}$  ( $k$  は実数) とおける。

$$\text{よって, } (3, 2) + t(1, -1) = k(12, -2) \text{ から}$$

$$3 + t = 12k \text{ …… ③, } 2 - t = -2k \text{ …… ④}$$

$$\text{③} + \text{④} \times 6 \text{ から } 3 + t + 6(2 - t) = 0 \quad \text{よって } t = 3$$

$$\text{また, } s\vec{a} - \vec{c} \text{ と } \vec{b} \text{ が垂直であることから } (s\vec{a} - \vec{c}) \cdot \vec{b} = 0$$

$$\text{よって } (3s - 12) \cdot 1 + (2s + 2) \cdot (-1) = 0$$

$$\text{これを解くと } s = 14$$

$$(3) \vec{OC} = \frac{\vec{OA} + 2\vec{OB}}{2 + 1} = \frac{1}{3}\{(1, 2, 1) + 2(-2, 2, 4)\} = (-1, 2, 3),$$

$$\vec{OD} = \frac{-\vec{OA} + 2\vec{OB}}{2 - 1} = -(1, 2, 1) + 2(-2, 2, 4) = (-5, 2, 7)$$

また, 点 E(x, 4, -2) が 3 点 O, A, B を含む平面上にあるとき,

$$\vec{OE} = s\vec{OA} + t\vec{OB} \text{ となる実数 } s, t \text{ が存在する。}$$

$$\text{よって } (x, 4, -2) = s(1, 2, 1) + t(-2, 2, 4)$$

$$\text{すなわち } (x, 4, -2) = (s - 2t, 2s + 2t, s + 4t)$$

$$\text{ゆえに } x = s - 2t, 4 = 2s + 2t, -2 = s + 4t$$

$$\text{これを解くと } s = \frac{10}{3}, t = -\frac{4}{3}, x = 6$$