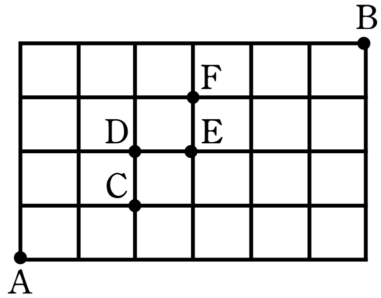
数学A

図のような道路網をもつ町がある。



(1)　A 地点から B 地点に達する最短経路は $\boxed{\text{アイウ}}$ 通りあり，そのうち道路 CD を通るものは $\boxed{\text{エオ}}$ 通りある。

(2)　A 地点から，道路 CD と道路 EF の両方を通って B 地点に達する最短経路は $\boxed{\text{カキ}}$ 通りある。

(3)　A 地点から，道路 CD と道路 EF の少なくとも 1 本を通って B 地点に達する最短経路は $\boxed{\text{クケ}}$ 通りある。

解説

(1)　上に 1 区間進むことを↑，右に 1 区間進むことを → で表すと，A 地点から B 地点に達する最短経路の総数は 4 個の↑と 6 個の → を 1 列に並べる順列の総数に等しい。

よって，A 地点から B 地点に達する最短経路は　$\dfrac{10!}{4!6!}=210$（通り）

A 地点から C 地点に達する最短経路は　$\dfrac{3!}{2!}=3$（通り）

C 地点から D 地点に達する最短経路は 1 通り。

D 地点から B 地点に達する最短経路は　$\dfrac{6!}{2!4!}=15$（通り）

よって，道路 CD を通り，A 地点から B 地点に達する最短経路は

$3\cdot1\cdot15=45$（通り）

(2)　(1) から，A 地点から CD を通り，D 地点に達する最短経路は　$3\cdot1=3$（通り）

D 地点から E 地点に達する最短経路は 1 通り。

E 地点から F 地点に達する最短経路は 1 通り。

F 地点から B 地点に達する最短経路は　$\dfrac{4!}{3!}=4$（通り）

よって，道路 CD，道路 EF の両方を通り，A 地点から B 地点に達する最短経路は

$3\cdot1\cdot1\cdot4=12$（通り）

(3)　A 地点から E 地点に達する最短経路は　$\dfrac{5!}{2!3!}=10$（通り）

E 地点から F 地点に達する最短経路は 1 通り。

(2) から，F 地点から B 地点に達する最短経路は 4 通り。

よって，道路 EF を通り，A 地点から B 地点に達する最短経路は　$10\cdot1\cdot4=40$（通り）

これと，(1)，(2) の結果から，道路 CD，道路 EF の少なくとも 1 本を通り，A 地点から B 地点に達する最短経路は　$45+40-12=73$（通り）